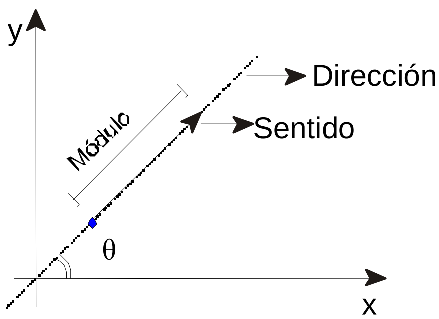
VECTORES

VECTOR.- Es una representación matemática que gráficamente se representa por un segmento de recta orientado y presenta:

- MÓDULO.- Es la longitud o magnitud del vector.
- DIRECCIÓN.- Es la línea sobre al cual se encuentra el vector.
- SENTIDO.- Está definido por la flecha del vector.

Se les utiliza para representar a las magnitudes vectoriales



NOTACIÓN:

$\vec{A}$ = Se lee, vector A.
A = Se lee, módulo del vector A

OPERACIONES VECTORIALES

I.- SUMA DE VECTORES

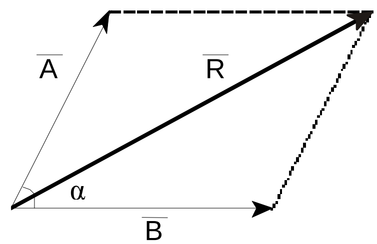
Es una operación que tiene por finalidad hallar un único vector denominado vector resultante, ($\vec{R}$) el cual reemplaza a los vectores a sumar.

MÉTODOS PARA DETERMINAR LA RESULTANTE

A. MÉTODO DEL PARALELOGRAMO

Se utiliza para calcular la resultante de dos vectores concurrentes y coplanares que tienen un mismo punto de origen.

Gráficamente se construye un paralelogramo trazando paralelas a los vectores. El vector resultante se traza uniendo el origen de los vectores con la intercepción de las paralelas



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

El módulo del vector resultante es:

$$\boxed{R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha}}$$

Cuando: α=0º, se obtiene el valor máximo de la resultante, y su valor será:

$$R_{MÁX} = A + B$$

Cuando: α=180º se obtiene el valor mínimo de la resultante, y su valor será:

$$R_{MÍN} = A - B$$

CONCLUSIÓN: El módulo de la resultante de dos vectores se encuentra en el siguiente intervalo:

$$R_{MÍN} \leq R \leq R_{MÁX}$$

Ejemplo: *Determinar el módulo del vector resultante de los vectores de módulos 5 y 8 que forman 120º entre sí.*

Según los datos: A = 5; B= 8 y α = 120º

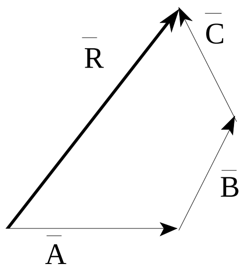
Reemplaza los datos en la ecuación:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha}$$
$$R = \sqrt{5^2 + 8^2 + 2\times5\times8\times(-1/2)}$$
$$R = \sqrt{25 + 64 - 40} = \sqrt{49}$$

$$\boxed{R = 7}$$

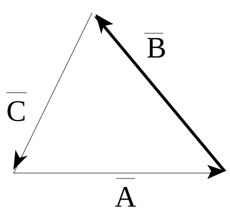
B. MÉTODO DEL POLÍGONO

Este método consiste en colocar a los vectores uno a continuación del otro. El vector resultante de todos los vectores a sumar es aquel vector que se inicia en el origen del primer vector y termina en el extremo del último vector.



El vector resultante es: $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

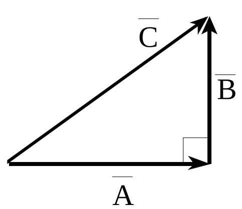
CASO PARTICULAR:



Cuando los vectores consecutivos forman un polígono cerrado, su resultante es cero.

$$\boxed{\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}}$$

Ejemplo: *Calcular el módulo del vector resultante de los tres vectores mostrados en la figura, si A= 3; B= 4.*



La resultante de los vectores de la figura se expresa así: $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

En la figura se observa que: $C = \vec{A} + \vec{B}$

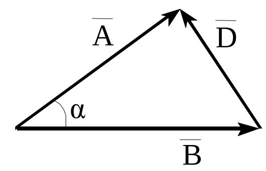
Entonces: $\vec{R} = \vec{C} + \vec{C} \;\rightarrow\; \vec{R} = 2\vec{C} \;\rightarrow$ R = 2C

Aplicando el Teorema de Pitágoras:

$C = \sqrt{A^2 + B^2} \;\rightarrow\; C = \sqrt{3^2 + 4^2} \rightarrow$ C = 5

Finalmente: R = 2×5 $\rightarrow$ $\boxed{R = 10}$

RESTA DE VECTORES



El vector $\vec{D}$, representa la resta de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ y se expresa así:

$$\boxed{\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}}$$

Se cumple que: $D = \left|\vec{A} - .\vec{B}\right| = \left|\vec{B} - \vec{A}\right|$

El módulo del vector resta es igual a:

$$\boxed{D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\alpha}}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

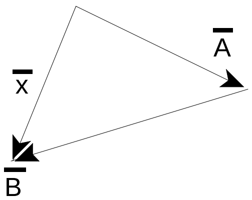
1. Calcular el módulo de la resultante de dos vectores de módulos 6 y 10 unidades que forman 60º, entre sí.
   A) 4 B) 14 C) 16
   D) 18 E) 20

2. La máxima resultante que se puede obtener con dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es 18 y la mínima resultante es 4. Calcular los módulos de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.
   A) 10 y 8 B) 11 y 7 C) 9 y 9
   D) 10 y 6 E) 9 y 3

3. Se sabe que dos vectores perpendiculares entre sí, donde uno de ellos tiene un módulo de 10 unidades, dan una resultante de módulo 26, ¿qué valor tiene el módulo del otro vector?
   A) 12 B) 16 C) 5
   D) 20 E) 24

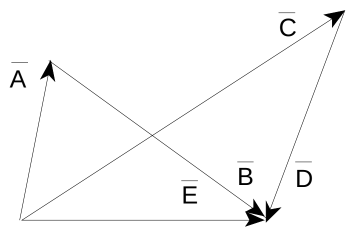
4. Un vector $\vec{A}$ de módulo 22 está dirigido hacia arriba, un vector $\vec{B}$ de módulo 15 está dirigido hacia la derecha, un tercer vector $\vec{C}$ de módulo 6 dirigido hacia abajo y un cuarto vector de módulo 3 dirigido hacia la izquierda. Calcular el módulo del vector resultante de los cuatro vectores.
   A) cero B) 28 C) 25
   D) 20 E) 22

5. Determinar la resultante, si el módulo del vector $\vec{x}$ es igual a: x=5.



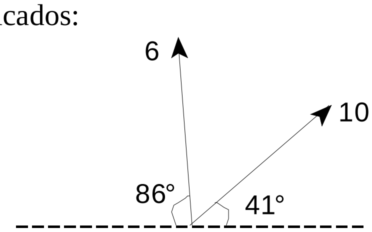
A) 15 B) 10 C) 8
D) 5 E) 0

6. Determinar la resultante de los vectores mostrados:



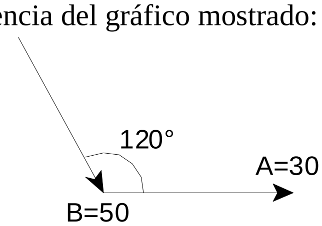
A) Cero B) $\vec{E}$ C) $2\vec{E}$
D) $3\vec{E}$ E) $4\vec{E}$

7. Determinar la resultante de los vectores indicados:



A) $2\sqrt{19}$ B) $4\sqrt{13}$ C) $4\sqrt{17}$
D) $2\sqrt{13}$ E) $4\sqrt{19}$

8. Hallar el módulo de la resultante y de la diferencia del gráfico mostrado:

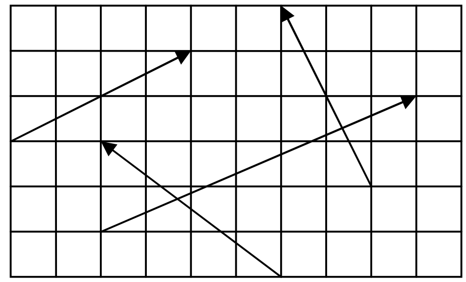


A) $\sqrt{19}$; 7 B) $\sqrt{22}$; 6 C) 6; $\sqrt{22}$
D) 70; $\sqrt{19}$ E) 15; 8

9. El coseno del ángulo que forman dos vectores de módulos 1 y 3 es igual a 1/3. Calcular el módulo del vector resta.

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ /2
D) $2\sqrt{2}$ E) 3

10. Determinar el módulo de la resultante de los siguientes vectores. Cada cuadradito mide 1.



A) Cero B) 5 B) 12
D) 13 E) 15

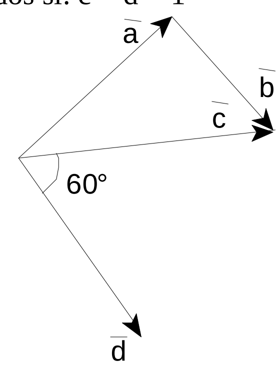
11. La resultante máxima de 2 vectores es 15u, pero si ambos vectores formaran un ángulo de 60° la nueva resultante sería 13 u. Hallar la resultante mínima de los mismos

A) 1 u B) 2 u C) 3 u
D) 4 u E) 5 u

12. Si se cumple que: $\left|\vec{A}+\vec{B}\right| = 2\left|\vec{A}-\vec{B}\right|$ y los módulos de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son iguales, calcular el coseno del ángulo formado por dichos vectores.

A) -3/8 B) 3/5 C) 2/3
D) 1/6 E) 1/3

13. Calcular la resultante de los vectores mostrados si: c = d = 1

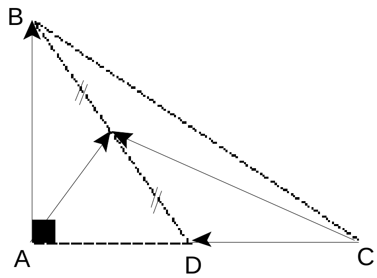


A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{7}$ E) 9

14. Se tiene dos vectores de 7 y 15 cm que forman un ángulo de 53°. Hallar el ángulo formado por la resultante y el vector menor.

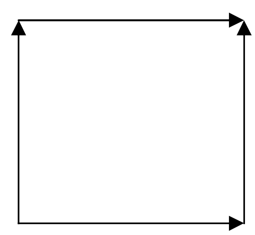
A) 30° B) 37° C) 53°
D) 45° E) 60°

15. Hallar el módulo de la resultante del conjunto de vectores mostrados si AB=4 cm y CD=3 cm



A) 14 B) 7 C) 10
D) 5 E) 1

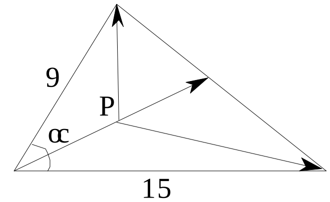
16. En el siguiente cuadrado de lado L, determine el módulo del vector resultante, de los vectores mostrados.



A) Cero B) L C) L$\sqrt{2}$
D) L$\sqrt{2}$ /2 E) 2L$\sqrt{2}$

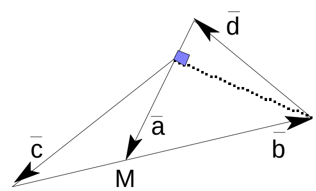
17. Dos vectores de $12\sqrt{3}$ unidades de longitud cada uno, forman entre sí un ángulo de 60º. Encontrar el ángulo que forma la resultante con uno de los vectores.
A) 30º B) 45º C) 37º
D) 53º E) 60º

18. Encontrar el valor de "α" para que el módulo de la resultante sea igual a 21, sabiendo que "P" es punto medio.



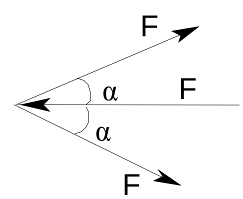
A) 16º B) 37º C) 45º
D) 53º E) 60º

19. Determinar el módulo del vector resultante de los siguientes vectores, sabiendo que:
$\left|\vec{b}\right| = 2\left|\vec{a}\right| = 2\left|\vec{d}\right|$
M: Punto medio $\vec{b}$



A) a/4 B) a/2 C) a
D) 2a E) cero

20. Hallar el valor de "α" para que la resultante de los vectores mostrados sea mínima.



A) 0º B) π/3 C) π/4
D) π/6 E) 2 π/3